



ארגז הכלים – הגדרות ונוסחאות מושגים בסיסיים

ניסוי מקרי random experiment

ניסוי מקרי הוא ניסוי העוסק בתופעות שתוצאותיהן אינן ודאיות ומאופיינות על-ידי מקריות. ניסוי יכול להיות הליך מתוכנן (למשל הטלת מטבע, הוצאת כדור מקופסה, דגימת מוצר ובדיקת תקינותו), או התבוננות במצב (למשל תוצאת משחק הכדורסל שיתקיים מחר, שיעור ההצלחה של תרופה, וכו').

מרחב המדגם sample space

מרחב המדגם הוא אוסף כל התוצאות האפשריות של הניסוי.

סימון: Ω (במונחים מתמטיים זאת קבוצה).¹

שימו לב: בכל חזרה על הניסוי, תתרחש **תוצאה אחת בלבד** מתוך כל התוצאות האפשריות.

מאורע event

מאורע הוא אוסף חלקי של תוצאות מתוך מרחב המדגם.

נהוג לסמן מאורעות באותיות A, B, C וכדומה.

שימו לב: אם תוצאת הניסוי שהתקבלה כלולה במאורע A, אזי נאמר שה**מאורע A התרחש**.

מאורע ודאי

מרחב המדגם הוא המאורע הוודאי כי הוא תמיד מתרחש.

מאורע ריק

מאורע ריק הוא מאורע שלא כולל אף תוצאה אחת מתוך מרחב המדגם (קבוצה ריקה).

במילים אחרות, זהו מאורע שלעולם לא מתרחש. סימון: $\emptyset$.

¹ סימון מקובל נוסף למרחב המדגם: S.





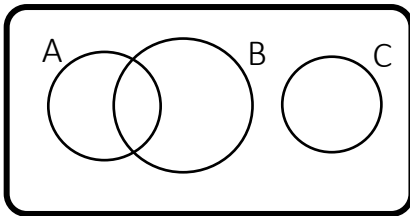
המאורע המשלים complement event

המאורע המשלים של A הוא המאורע המורכב מכל התוצאות ב Ω , שאינן שייכות ל- A .

סימון: $\bar{A}$

מילת מפתח: "לא A "

שימו לב: המאורע $\bar{A}$ יתרחש רק כאשר A לא יתרחש. A ו- $\bar{A}$ אינם יכולים להתרחש בו זמנית.



דיאגרמת Venn

המחשה גרפית מקובלת של מרחב המדגם ושל מאורעות.

המלבן כולו מייצג את מרחב המדגם, Ω .

מאורעות מיוצגים ע"י עיגולים או ע"י צורות אחרות בתוך המלבן.

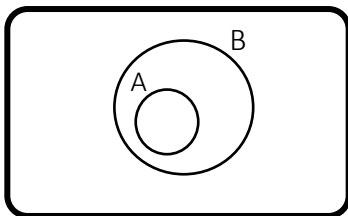
A מוכל ב- B

אם כל תוצאה השייכת למאורע A שייכת גם למאורע B , אזי

נאמר שהמאורע A מוכל במאורע B , ונסמן: $A \subseteq B$

שימו לב:

אם $A \subseteq B$ המשמעות היא שאם A התרחש אז בוודאות B התרחש.²



חיתוך intersection

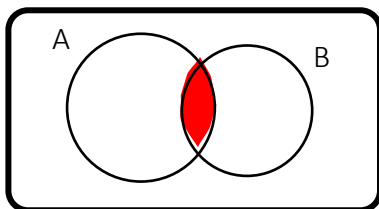
חיתוך של A ו- B הוא המאורע המורכב מכל תוצאות הניסוי שמשותפות ל- A ול- B .

סימון: $A \cap B$

מילת מפתח: "וגם".

שימו לב:

המאורע $A \cap B$ יתרחש רק כאשר גם A וגם B יתרחשו בו זמנית.



² בתורת הקבוצות יש גם את הסימון $\subset$, כדי לציין הכלה ממש (ללא שוויון), אך לצרכי הלימוד אין צורך בהבחנה הזו.





איחוד union

איחוד של A ו-B הוא המאורע המאחד את המאורעות A ו-B, כלומר המאורע המורכב מכל תוצאות הניסוי

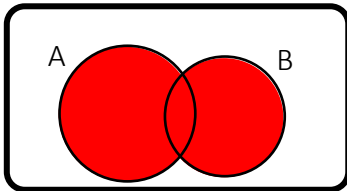
השייכות ל-A, ל-B או לשניהם.

סימון: $A \cup B$.

מילת מפתח: "או".

שימו לב: המאורע $A \cup B$ יתרחש אם יתרחש לפחות אחד מהמאורעות,

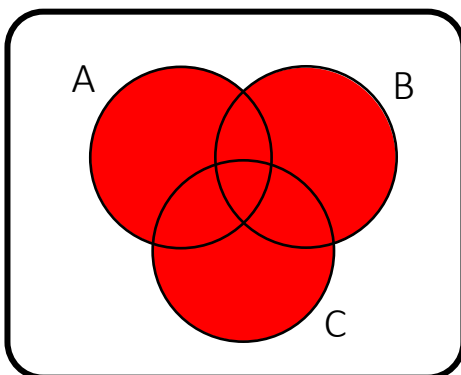
כלומר: או A התרחש, או B התרחש, או שניהם.



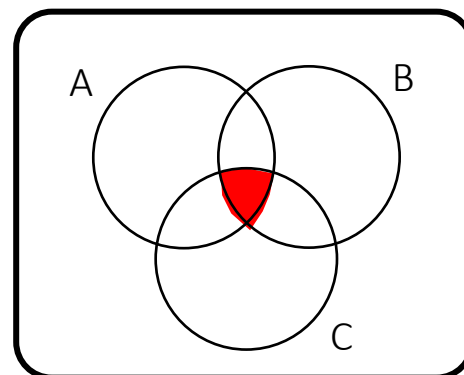
חיתוך ואיחוד של יותר משני מאורעות

למשל לשלושה מאורעות A, B, C:

איחוד $A \cup B \cup C$



חיתוך $A \cap B \cap C$



כתיבה מתמטית, לחובבי נוסחאות (לא הכרחי):

נתונים n מאורעות במרחב מדגם, נסמן אותם $A_1, A_2, \dots, A_n$.

החיתוך שלהם הוא המאורע המורכב מכל התוצאות המשותפות לכל המאורעות הנ"ל.

סימון: $A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n$.

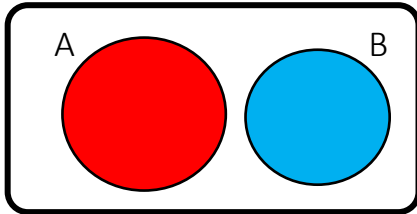
החיתוך מתרחש אם כל המאורעות $A_1, A_2, \dots, A_n$ מתרחשים.

האיחוד שלהם הוא המאורע המורכב מכל התוצאות השייכות לפחות לאחד מהמאורעות הנ"ל.

סימון: $A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n$.

האיחוד מתרחש אם לפחות אחד מהמאורעות $A_1, A_2, \dots, A_n$ מתרחש.





מאורעות זרים disjoint events

הגדרה לשני מאורעות:

מאורעות A ו-B ייקראו **מאורעות זרים** אם $A \cap B = \emptyset$,

כלומר: אין אף תוצאת ניסוי המשותפת גם ל-A וגם ל-B.

מאורעות זרים הם מאורעות שלא יכולים להתרחש בו זמנית.

הרחבה לאוסף של יותר משני מאורעות:

המאורעות $A_1, A_2, \dots, A_n$ ייקראו **זרים** אם החיתוך בין כל שני מאורעות באוסף הינו מאורע ריק.³

שימו לב: **התוצאות האפשריות במרחב המדגם** הנם תמיד מאורעות זרים.

כלומר: אם מרחב המדגם מורכב מ-m תוצאות אפשריות, אז אפשר לכתוב אותן כ-m מאורעות זרים, שהאיחוד שלהם הוא כל מרחב המדגם.

כללי דה-מורגן De Morgan's laws

בעבור שני מאורעות A ו-B במרחב מדגם נתון, Ω , מתקיים:

$$\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B} \quad \text{במילים: המשלים של האיחוד הוא חיתוך המשלימים.}$$

$$\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B} \quad \text{במילים: המשלים של החיתוך הוא איחוד המשלימים.}$$

ניתן להכליל ליותר משני מאורעות: בעבור n מאורעות $A_1, A_2, \dots, A_n$ במרחב מדגם נתון, Ω , מתקיים:

$$\overline{A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n} = \bar{A}_1 \cap \bar{A}_2 \cap \dots \cap \bar{A}_n$$

$$\overline{A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n} = \bar{A}_1 \cup \bar{A}_2 \cup \dots \cup \bar{A}_n$$

כללים שימושיים נוספים

$$A \cap \bar{A} = \emptyset \quad A \cap \emptyset = \emptyset \quad A \cap \Omega = A$$

$$A \cup \bar{A} = \Omega \quad A \cup \emptyset = A \quad A \cup \Omega = \Omega$$

$$A \cup B = B \quad A \cap B = A \quad \text{כאשר } A \subseteq B$$

³ ההגדרה לעיל מתארת מצב של מאורעות "זרים בזוגות", אך אנו נאמר בקיצור "מאורעות זרים".

