



חוברת תרגילים

קומבינטוריקה

כלל המכפלה

1. חשבו כמה תוצאות אפשריות יש בכל אחד מהניסויים הרב-שלביים הבאים:
 - א. מטילים קובייה אדומה פעם אחת וקובייה כחולה פעם אחת.
 - ב. מטילים 7 מטבעות.
 - ג. מטילים קובייה פעמיים ואחר-כך מטילים מטבע שלוש פעמים.
 - ד. מהספרות 0 עד 9 יוצרים מספר בן חמש ספרות. כל ספרה יכולה להופיע יותר מפעם אחת. הספרה 0 לא יכולה להיות הספרה השמאלית במספר.
2. בחדר כושר יש 5 מכשירים לשרירי הרגליים, 7 מכשירים לשרירי הידיים ו-4 מכשירים לשרירי הגב. מאמן כושר מעוניין לבנות סט תרגול שכולל שלושה מכשירים. כמה סטים ניתן ליצור אם סט צריך לכלול מכשיר אחד מכל סוג?
3. נתונות חמש ספרות: 2,4,6,7,8. יוצרים אוסף של כל המספרים התלת-ספרתיים שניתן ליצור מהן. כל ספרה יכולה להופיע במספר התלת-ספרתי יותר מפעם אחת.
 - א. כמה מספרים יש באוסף?
 - ב. כמה מספרים גדולים מ-700 יש באוסף?
 - ג. כמה מספרים זוגיים יש באוסף?
 - ד. כמה מספרים באוסף הם מספרים שבהם ספרת המאות היא 7?

סידור עצמים שונים בשורה (תמורה)

1. מסדרים 12 אנשים בשורה. כל אדם חובש כובע.
 - הכובעים בצבעים שונים: 6 כובעים כחולים, 4 כובעים צהובים, 2 כובעים אדומים.
 - א. בכמה דרכים ניתן לסדר את האנשים בשורה?
 - ב. בכמה דרכים ניתן לסדר את האנשים בשורה כך שהאנשים החובשים כובע כחול יעמדו זה ליד זה?
 - ג. בכמה דרכים ניתן לסדר את האנשים בשורה כך שהאנשים החובשים כובע באותו צבע יעמדו זה ליד זה?
 - ד. בכמה דרכים ניתן לסדר את האנשים בשורה כך שבשני הקצוות יעמוד אדם עם כובע אדום?





2. מעוניינים ליצור רשימת השמעה מאוסף של 15 שירים שונים: 7 בעברית, 5 באנגלית, 3 בערבית.
- א. בכמה דרכים ניתן לסדר את השירים ברשימה?
- ב. בכמה דרכים ניתן לסדר את השירים ברשימה כך שכל השירים בעברית יופיעו בזה אחר זה וכן כל השירים באנגלית יופיעו בזה אחר זה?
- ג. בכמה דרכים ניתן לסדר את השירים ברשימה כך שכל השירים באנגלית יופיעו ראשונים, אחריהם השירים בעברית, ולבסוף השירים בערבית?
- ד. בכמה דרכים ניתן לסדר את השירים ברשימה כך שכל השירים באותה שפה יופיעו בזה אחר זה?

סידור עצמים שונים בשורה כאשר ישנם עצמים זהים

- סיסמת כניסה למחשב מורכבת מ 8 ספרות.
- אנו יודעים שהספרה 5 מופיעה 4 פעמים, הספרה 6 מופיעה 3 פעמים, והספרה 9 מופיעה פעם אחת.
- החלטנו לרשום את כל הסיסמאות האפשריות בהתאם למידע הנ"ל.
- א. כמה סיסמאות נרשום?
- ב. אנו יודעים שהספרה 9 היא הספרה הראשונה משמאל. כמה סיסמאות נרשום בהתאם למידע הנוסף הזה?

מודלים בקומבינטוריקה

1. מאותיות המילה "פרמוטציה" בוחרים 4 אותיות ליצירת סיסמה.
- ציינו מהו מודל הבחירה בכל אחת מהשיטות הבאות:
- א. אפשר לחזור על אותה אות יותר מפעם אחת.
- ב. אי אפשר לחזור על אותה אות יותר מפעם אחת.
2. באוניברסיטה מסוימת מעניקים 3 מלגות.
- בוחרים למי להעניק את המלגות מתוך רשימה של 8 סטודנטים מצטיינים.
- ציינו מהו מודל הבחירה בכל אחת מהשיטות הבאות:
- א. כל מלגה היא בגובה של 5000 ש"ח. סטודנט יכול לקבל לכל היותר מלגה אחת.
- ב. מלגה אחת בגובה של 10000 ש"ח, מלגה שנייה בגובה של 8000 ש"ח ומלגה שלישית בגובה של 5000 ש"ח. סטודנט יכול לקבל לכל היותר מלגה אחת.
- ג. מלגה אחת בגובה של 10000 ש"ח, מלגה שנייה בגובה של 8000 ש"ח ומלגה שלישית בגובה של 5000 ש"ח. סטודנט יכול לקבל יותר ממלגה אחת.





מודל 1 – בחירה עם חשיבות לסדר וללא החזרה

1. נתונות חמש ספרות: 2,4,6,7,8. יוצרים אוסף של כל המספרים התלת-ספרתיים שניתן ליצור מהן. כל ספרה יכולה להופיע במספר התלת-ספרתי לכל היותר פעם אחת. כמה מספרים יש באוסף?
2. מקבוצה של 10 סטודנטים בוחרים 3 סטודנטים: סטודנט אחד ייצג את הסטודנטים מול הנהלת האוניברסיטה, סטודנט אחד ייצג את הסטודנטים מול העירייה, סטודנט אחד ייצג את הסטודנטים מול לשכת השר להשכלה גבוהה. כמה אפשרויות יש לבחירה של שלושת הסטודנטים, אם סטודנט לא יכול לכהן ביותר מתפקיד אחד?
3. ברשימת השמעה יש 15 שירים שונים: 4 שירים בעברית, 5 שירים בערבית, 6 שירים באנגלית. מעוניינים לבחור 6 שירים מתוכם, שניים מכל שפה. השירים שייבחרו יושמעו לפי הסדר הבא: תחילה השירים בעברית, אחר כך השירים בערבית ולבסוף השירים באנגלית.
 - א. כמה אפשרויות יש לבחירה ולהשמעה של השירים בעברית?
 - ב. כמה אפשרויות יש לבחירה ולהשמעה של ששת השירים?

מודל 2 – בחירה ללא חשיבות לסדר וללא החזרה

- בחנות ישנם 12 כובעים השונים זה מזה.
- א. מעוניינים לבחור 5 כובעים כך שכל כובע יונח על אחת מ-5 הבובות בחלון הראווה. האם מודל 2 הוא המודל המתאר את שיטת הבחירה?
 - ב. לקוח מעוניין לשלוח לביתו 5 כובעים. כמה אפשרויות יש לבחירה של חמשת הכובעים?

- ענו על הסעיפים הבאים בהתאם למידע הנוסף:
- מתוך 12 הכובעים ישנם 6 כובעים כחולים, 4 כובעים צהובים, 2 כובעים אדומים.
- ג. לקוח מעוניין לשלוח לביתו 5 כובעים כחולים. כמה אפשרויות יש לבחירת הכובעים שיישלחו אליו?
 - ד. לקוח מעוניין לשלוח לביתו 4 כובעים כחולים וכובע אחד צהוב. כמה אפשרויות יש לבחירת הכובעים שיישלחו אליו?
 - ה. לקוח מעוניין לשלוח לביתו 5 כובעים, אך הוא לא מעוניין בכובעים אדומים. כמה אפשרויות יש לבחירת הכובעים שיישלחו אליו?





פירט על $\binom{n}{k}$

1. נתונה קבוצה של 10 אנשים. בוחרים חלק מהאנשים ללא חשיבות לסדר וללא החזרה.

נסו לענות על הסעיפים הבאים ללא חישוב:

א. כמה אפשרויות יש לבחירת אדם אחד מתוך הקבוצה?

ב. כמה אפשרויות יש לבחירת 10 אנשים מתוך הקבוצה?

ג. חשבו: כמה אפשרויות יש לבחירת 2 אנשים מתוך הקבוצה?

כמה אפשרויות יש לבחירת 8 אנשים מתוך הקבוצה?

2. קוד מסוים מורכב מ-10 ספרות.

א. כמה קודים ניתן ליצור אם אנו יודעים שהספרה 1 מופיעה בקוד 2 פעמים והספרה 0 מופיעה בו 8 פעמים?

ב. מה הקשר בין התשובה לסעיף א' ובין התשובה לסעיף ג' בשאלה הקודמת?

מודל 3 – בחירה עם חשיבות לסדר ועם החזרה

נתונות חמש ספרות: 2,4,6,7,8. יוצרים אוסף של כל המספרים התלת-ספרתיים שניתן ליצור מהן.

ספרה יכולה להופיע במספר התלת-ספרתי יותר מפעם אחת.

כמה מספרים יש באוסף?

מתי לחבר ומתי לחסר

1. בספרייה יש 20 ספרים: 8 ספרים בעברית, 12 ספרים באנגלית.

בוחרים 3 ספרים מתוך ה-20, כאשר הבחירה היא ללא חשיבות לסדר וללא החזרה.

א. כמה אפשרויות יש לבחירת 3 ספרים?

ב. כמה אפשרויות יש לבחירת 3 ספרים בעברית?

ג. כמה אפשרויות יש לבחירת 3 ספרים שכולם באותה השפה?

ד. כמה אפשרויות יש לבחירת ספר אחד בעברית ושני ספרים באנגלית?

ה. כמה אפשרויות יש לבחירת 3 ספרים כאשר בוחרים ספר אחד לפחות מכל שפה?

2. מהספרות 1,2,3,4,5,6 מעוניינים ליצור מספר בן 4 ספרות. ניתן לחזור על אותה ספרה יותר מפעם אחת.

א. כמה מספרים ניתן ליצור?

ב. כמה מספרים ניתן ליצור שבהם הספרה 2 לא מופיעה?

ג. כמה מספרים ניתן ליצור שבהם הספרה 2 מופיעה פעם אחת בלבד?

ד. כמה מספרים ניתן ליצור שבהם הספרה 2 מופיעה לפחות פעם אחת?





3. א. כמה אפשרויות יש לבחירת שני מספרים שונים מתוך קבוצת המספרים השלמים מ-1 עד 50?
- ב. כמה אפשרויות יש לבחירת שני מספרים זוגיים שונים מתוך קבוצת המספרים השלמים מ-1 עד 50?
- ג. כמה אפשרויות יש לבחירת שני מספרים שונים שסכומם זוגי מתוך קבוצת המספרים השלמים מ-1 עד 50?

חישובי ההסתברות במרחב מדגם סימטרי

1. נתון אוסף של כל המספרים התלת-ספרתיים שניתן ליצור מחמש הספרות: 2,4,6,7,8.
 - ספרה יכולה להופיע במספר התלת-ספרתי יותר מפעם אחת.
 - מתוך האוסף מגרילים באופן מקרי אחד מהמספרים התלת-ספרתיים.
 - א. מהי ההסתברות להגריל את המספר 284?
 - ב. מהי ההסתברות להגריל מספר גדול מ-700?
 - ג. מהי ההסתברות להגריל מספר זוגי?
 - ד. מהי ההסתברות להגריל מספר זוגי גדול מ-700?
 - ה. בהינתן שהמספר שהוגרל גדול מ-700, מהי ההסתברות שהוא זוגי?
 - ו. בהינתן שהמספר שהוגרל זוגי, מהי ההסתברות שהוא גדול מ-700?
2. קבוצה של 12 אנשים מסתדרת בשורה, באופן אקראי.
 - כל אדם חובש כובע. הכובעים בצבעים שונים: 6 כובעים כחולים, 4 כובעים צהובים, 2 כובעים אדומים.
 - א. מהי ההסתברות שכל האנשים החובשים כובע כחול עומדים זה ליד זה?
 - ב. מהי ההסתברות שהאנשים החובשים כובע אדום לא עומדים זה ליד זה?
 - ג. מהי ההסתברות שהאנשים החובשים כובע אדום עומדים זה ליד זה והם באחד הקצוות?
3. א. בקופסה יש 10 כדורים ממוספרים מ-1 עד 10: 7 כדורים אדומים, 3 כדורים כחולים.
 - מוציאים מהקופסה שני כדורים באופן מקרי וללא החזרה.
 - מהי ההסתברות שנוציא כדור אחד אדום וכדור אחד כחול?
 - פתרו בשתי דרכים: בעזרת עץ ההסתברויות, ובעזרת קומבינטוריקה.
 - ב. בקופסה אחרת יש 80 כדורים ממוספרים: 60 אדומים, 20 כחולים.
 - מוציאים מהקופסה 15 כדורים באופן מקרי וללא החזרה.
 - מהי ההסתברות שנוציא 10 כדורים אדומים ו-5 כחולים?





קומבינטוריקה תשובות

כלל המכפלה

1. א. 36 ב. 128 ג. 288 ד. 90000

2. 140

3. א. 125 ב. 50 ג. 100 ד. 25

סידור עצמים שונים בשורה (תמורה)

1. א. $12! = 479,001,600$ ב. $7!6! = 3,628,800$ ג. $3!6!4!2! = 207,360$ ד. $2!10! = 7,257,600$

2. א. $15! = 72,576,000$ ב. $5!7!5! = 3,628,800$ ג. $5!7!3! = 21,772,800$ ד. $3!5!7!3! = 21,772,800$

סידור עצמים שונים בשורה כאשר ישנם עצמים זהים

א. 280 ב. 35

מודלים בקומבינטוריקה

1. א. מודל 3 – עם חשיבות לסדר ועם החזרה.

ב. מודל 1 – עם חשיבות לסדר וללא החזרה.

2. א. מודל 2 – ללא חשיבות לסדר וללא החזרה.

ב. מודל 1 – עם חשיבות לסדר וללא החזרה.

ג. מודל 3 – עם חשיבות לסדר ועם החזרה.

מודל 1 – בחירה עם חשיבות לסדר וללא החזרה

1. 60

2. 720

3. 12

4. 7200

מודל 2 – בחירה ללא חשיבות לסדר וללא החזרה

א. לא ב. 792 ג. 6 ד. 60 ה. 252



פירוט על $\binom{n}{k}$

1. א. 10 ב. 1 ג. 45

2. א. 45 ב. התשובות זהות.

מודל 3 – בחירה עם חשיבות לסדר ועם החזרה

125

מתי לחבר ומתי לחסר

1. א. 1140 ב. 56 ג. 276 ד. 528 ה. 864

2. א. 1296 ב. 625 ג. 500 ד. 671

3. א. 1225 ב. 300 ג. 600

חישובי הסתברויות במרחב מדגם סימטרי

1. א. $\frac{1}{125}$ ב. $\frac{50}{125}$ ג. $\frac{100}{125}$ ד. $\frac{40}{125}$ ה. $\frac{40}{50}$ ו. $\frac{40}{100}$ 2. א. $\frac{1}{132}$ ב. $\frac{5}{6}$ ג. $\frac{1}{33}$ 3. א. $\frac{7}{15}$ ב. $\frac{\binom{60}{10}\binom{20}{5}}{\binom{80}{15}}$ 