



חוברת תרגילים

משתנה מקרי רציף

הקדמה

להלן הגדרות של משתנים מקריים.

ציינו האם המשתנה המוגדר הוא משתנה מקרי בדיד או משתנה מקרי רציף:

א. הניסוי המקרי: דוגמים אבטיח מדוכן בשוק.

המשתנה המקרי: $X =$ משקל האבטיח (ק"ג).

ב. הניסוי המקרי: דוגמים 10 אבטיחים מדוכן בשוק.

המשתנה המקרי: $Y =$ מספר האבטיחים שמשקלם נמוך מ- 2 ק"ג.

ג. הניסוי המקרי: פניות למוקד שירות.

המשתנה המקרי: $N =$ מספר הפניות המגיעות במשך שעה.

ד. הניסוי המקרי: פניות למוקד שירות.

המשתנה המקרי: $T =$ משך הזמן שעובר בין שתי פניות עוקבות.

פונקציית צפיפות

1. להלן מספר פונקציות. ציינו לגבי כל פונקציה האם היא מקיימת את התכונות של פונקציית צפיפות או לא.

א.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4} & 1 \leq x \leq 4 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

ב.

$$f(x) = \begin{cases} 2 & -0.5 \leq x \leq 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

ג.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{3}x & 1 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

ד.

$$f(x) = \begin{cases} 3e^{-4x} & x \geq 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$





2. מצאו את ערכו של c בכל אחת מהפונקציות הבאות, על-מנת שהפונקציות יקיימו את התכונות של פונקציית צפיפות.

א.

$$f(x) = \begin{cases} cx & 0 \leq x \leq 4 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

ב.

$$f(x) = \begin{cases} ce^{-1.5x} & x \geq 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

ג.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{4}{81}x^3 & 0 \leq x \leq c \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

1. א. פונקציית הצפיפות של X היא:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{16}x^2 & -2 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

חשבו את ההסתברויות הבאות: $P(X > 1)$ $P(0 \leq X \leq 1)$ $P(X \leq 0)$

ב. פונקציית הצפיפות של X היא:

$$f(x) = \begin{cases} e^{1-x} & x \geq 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

חשבו את ההסתברויות הבאות: $P(X > 3)$ $P(2 \leq X \leq 3)$ $P(X \leq 2)$





פונקציית התפלגות מצטברת

1. פונקציית הצפיפות של X היא:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{3}x & 1 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

א. מהי פונקציית ההתפלגות המצטברת של X ?

ב. חשבו בעזרת פונקציית ההתפלגות המצטברת את ההסתברויות הבאות:

$$P(X \leq 0.8) \quad P(0.8 \leq X \leq 1.2) \quad P(X > 2.5) \quad P(1.5 \leq X \leq 4)$$

2. פונקציית ההתפלגות המצטברת של X היא:

$$F(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 - e^{-3t} & t \geq 0 \end{cases}$$

א. מהי פונקציית הצפיפות של X ?

ב. חשבו בעזרת פונקציית ההתפלגות המצטברת את ההסתברויות הבאות:

$$P(X \leq 1.5) \quad P(1.5 \leq X \leq 2) \quad P(X > 1.5)$$

תוחלת ושונות

1. פונקציית הצפיפות של X היא:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{3}x & 1 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

א. חשבו את התוחלת של X .

ב. חשבו את השונות של X .

2. פונקציית הצפיפות של X היא:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{16}x^2 & -2 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

א. ענו ללא חישוב: מהי התוחלת של X ?

ב. חשבו את השונות של X .





משתנה מקרי רציף תשובות

הקדמה

א. מ"מ רציף ב. מ"מ בדיד ג. מ"מ בדיד ד. מ"מ רציף

פונקציית צפיפות

1. א. איננה פונקציית צפיפות ב. פונקציית צפיפות ג. פונקציית צפיפות ד. איננה פונקציית צפיפות

2. א. $c = \frac{1}{8}$ ב. $c = 1.5$ ג. $c = 3$

3. א. $P(X > 1) = 0.4375$ $P(0 \leq X \leq 1) = 0.0625$ $P(X \leq 0) = 0.5$

ב. $P(X > 3) = 0.1354$ $P(2 \leq X \leq 3) = 0.2325$ $P(X \leq 2) = 0.6321$

פונקציית התפלגות מצטברת

1. א.

$$F(t) = \begin{cases} 0 & t < 1 \\ \frac{t^2 - 1}{3} & 1 \leq t < 2 \\ 1 & t \geq 2 \end{cases}$$

ב.

$P(X \leq 0.8) = 0$ $P(0.8 \leq X \leq 1.2) = 0.1467$ $P(X > 2.5) = 0$ $P(1.5 \leq X \leq 4) = 0.5833$

2. א.

$$f(x) = \begin{cases} 3e^{-3x} & x \geq 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

ב. $P(X > 1.5) = 0.0111$ $P(1.5 \leq X \leq 2) = 0.0086$ $P(X \leq 1.5) = 0.9889$

תוחלת ושונות

1. א. $E(X) = 1.556$ ב. $Var(X) = 0.08$

2. א. $E(X) = 0$ ב. $Var(X) = 2.4$

