



חוברת תרגילים

התפלגויות בדידות מיוחדות

ניסוי ברנולי

1. מטילים קובייה הוגנת פעם אחת.
נגדיר את המשתנה המקרי X באופן הבא:
 X יקבל את הערך 1 אם התוצאה היא 4, ויקבל את הערך 0 אם התוצאה איננה 4.
א. מהי פונקציית ההסתברות של X ?
ב. מהי התוחלת של X ?
ג. מהי השונות של X ?
2. מטילים מטבע פעמיים. ההסתברות ל H בכל הטלה היא 0.6 ואין תלות בין ההטלות.
נגדיר שני משתנים מקריים באופן הבא:
 X יקבל את הערך 1 אם בהטלה הראשונה יתקבל H , ויקבל את הערך 0 אם בהטלה הראשונה יתקבל T .
 Y יקבל את הערך 1 אם בהטלה השנייה יתקבל H , ויקבל את הערך 0 אם בהטלה השנייה יתקבל T .
א. מהי פונקציית ההסתברות של X ?
ב. האם ל- X ול- Y יש אותה התפלגות?
ג. האם X ו- Y שווים?

התפלגות בינומית

1. בכל אחד מהסעיפים הבאים מתואר ניסוי מקרי ומוגדר משתנה מקרי.
צינו האם המשתנה המקרי מתפלג בינומית, ונמקו.
א. באוכלוסייה גדולה 70% מהאנשים עובדים כשכירים.
דוגמים 10 אנשים באופן מקרי מתוך האוכלוסייה, ושואלים כל אחד מהם אם הוא שכיר או לא.
 X = מספר האנשים מתוך ה- 10 שענו "כן".
ב. באוכלוסייה גדולה 70% מהאנשים עובדים כשכירים.
דוגמים אנשים באופן מקרי מתוך האוכלוסייה, עד שמוצאים את האדם הראשון שאיננו עובד כשכיר.
 X = מספר האנשים שנדגמו עד שעוצרים.
ג. מבחן מורכב מ- 20 שאלות רב-ברירה. לכל שאלה יש 4 תשובות אפשריות שרק אחת מהן נכונה.
סטודנט מנחש את התשובות לכל אחת מהשאלות.
 X = מספר התשובות הנכונות שהסטודנט סימן.





ד. מבחן מורכב מ- 20 שאלות רב-ברירה. לכל שאלה מבין 10 השאלות הראשונות יש 4 תשובות אפשריות שרק אחת מהן נכונה, ולכל שאלה מבין 10 השאלות האחרונות יש 3 תשובות נכונות שרק אחת מהן נכונה. סטודנט מנחש את התשובות לכל אחת מהשאלות.

$$X = \text{מספר התשובות הנכונות שהסטודנט סימן.}$$

ה. מבחן מורכב מ- 20 שאלות רב-ברירה. לכל שאלה יש 4 תשובות אפשריות שרק אחת מהן נכונה. סטודנט מנחש את התשובות לכל אחת מהשאלות. כל תשובה נכונה מזכה את הסטודנט ב- 5 נקודות. $X = \text{הציון של הסטודנט.}$

ו. בקופסה ישנם 15 כדורים: 9 אדומים, 6 כחולים.

בוחרים 4 כדורים באופן מקרי וללא החזרה.

$$X = \text{מספר הכדורים האדומים שהוצאו.}$$

ז. בקופסה ישנם 15 כדורים: 9 אדומים, 6 כחולים.

בוחרים 4 כדורים באופן מקרי ועם החזרה.

$$X = \text{מספר הכדורים האדומים שהוצאו.}$$

2. מטילים מטבע 5 פעמים. ההסתברות ל H בכל הטלה היא 0.6 .

א. מהי ההסתברות שבשלוש ההטלות הראשונות יתקבל H ובהטלות הרביעית והחמישית יתקבל T?

ב. מהי ההסתברות שבשתי ההטלות הראשונות יתקבל T ובהטלות השלישית, הרביעית והחמישית יתקבל H?

ג. מהי ההסתברות שבשלוש הטלות יתקבל H ובשתי הטלות יתקבל T?

3. מטילים קובייה הוגנת 7 פעמים.

$$X = \text{מספר הפעמים שהתקבלה התוצאה 4.}$$

א. מהם הערכים האפשריים של X?

ב. נמקו מדוע ההתפלגות של X היא בינומית, וצינו מהם ערכי הפרמטרים.

ג. חשבו את ההסתברות שב- 5 הטלות התקבלה התוצאה 4.

ד. חשבו את ההסתברות שלפחות פעם אחת התקבלה התוצאה 4.

ה. חשבו את ההסתברות שלכל היותר פעם אחת התקבלה התוצאה 4.





4. מבחן מורכב מ-20 שאלות רב-ברירה. לכל שאלה יש 4 תשובות נכונות שרק אחת מהן נכונה.

סטודנט מנחש את התשובות לכל אחת מהשאלות.

נגדיר: X = מספר התשובות הנכונות שהסטודנט סימן.

א. מהי התוחלת של X ?

ב. מהי השונות של X ?

ג. נגדיר שני משתנים מקריים: Y = מספר התשובות השגויות של הסטודנט.

$$T = X + Y$$

(1) הסבירו מדוע Y מתפלג בינומית.

(2) האם T מתפלג בינומית?

(3) מהי התוחלת של Y ? (חשבו בשתי דרכים)

(4) האם השונות של Y שווה לשונות של X ?

התפלגות גיאומטרית

1. מטילים קובייה הוגנת שוב ושוב עד שלראשונה מתקבלת התוצאה 4.

נגדיר: X = מספר ההטלות עד שלראשונה מתקבלת התוצאה 4.

א. מהם הערכים האפשריים של X ?

ב. הסבירו מדוע ההתפלגות של X היא גיאומטרית, וציינו את ערכו של הפרמטר.

ג. חשבו את ההסתברות שמספר ההטלות עד העצירה יהיה 3.

ד. חשבו את ההסתברות שמספר ההטלות עד העצירה יהיה גדול מ-5.

ה. ידוע שב-5 ההטלות הראשונות לא התקבלה התוצאה 4.

מהי ההסתברות שמספר ההטלות הכולל עד העצירה יהיה 8?

ו. מהי התוחלת של X ?

ז. מהי השונות של X ?

2. מטילים קובייה הוגנת שוב ושוב עד שלראשונה מתקבלת התוצאה 4.

בכל הטלה, התוצאה 4 תיקרא הצלחה, וכל יתר התוצאות ייקראו כישלון.

נגדיר: X = מספר ההטלות עד וכולל ההצלחה הראשונה.

Y = מספר הכישלונות עד ההצלחה הראשונה.

א. מהם הערכים האפשריים של Y ?

ב. מהי ההתפלגות של Y ?

ג. מה הקשר בין X ל- Y ? הציגו נוסחה המתארת את הקשר.

ד. חשבו את התוחלת ואת השונות של Y בעזרת התוחלת והשונות של X .





התפלגות בינומית שלילית

- מטילים קובייה הוגנת שוב ושוב עד שהתוצאה 4 מתקבלת 5 פעמים (לאו דווקא ברצף).
 נגדיר: X = מספר ההטלות עד העצירה.
 א. מהם הערכים האפשריים של X ?
 ב. הסבירו מדוע ההתפלגות של X היא בינומית שלילית, וציינו את ערכם של הפרמטרים.
 ג. חשבו את ההסתברות שמספר ההטלות עד העצירה יהיה 8.
 ד. מהי התוחלת של X ?
 ה. מהי השונות של X ?

התפלגות היפרגיאומטרית

- על מדף מונחים 20 ספרים: 15 בעברית, 5 באנגלית.
 בוחרים 4 ספרים מהמדף, באופן מקרי וללא החזרה.
 נגדיר: X = מספר הספרים בעברית מתוך ה-4 שנבחרו.
 א. מהם הערכים האפשריים של X ?
 ב. הסבירו מדוע ההתפלגות של X היא היפרגיאומטרית, וציינו את ערכם של הפרמטרים.
 ג. חשבו את ההסתברות שייבחרו 4 ספרים בעברית.
 ד. חשבו את ההסתברות שייבחרו 3 ספרים בעברית.
 ה. חשבו את ההסתברות שייבחר לפחות ספר אחד בעברית.
 ו. מהי התוחלת של X ?
 ז. מהי השונות של X ?

התפלגות פואסון

1. מספר המיילים המגיעים לתיבת דוא"ל של משרד מסוים מתפלג פואסונית עם תוחלת של 6 מיילים בשעה.
 נגדיר: X = מספר המיילים שיגיעו בין 8:00 ל- 9:00
 א. חשבו את ההסתברויות של המאורעות הבאים:
 (1) בין 8:00 ל- 9:00 יגיעו 5 מיילים.
 (2) בין 8:00 ל- 9:00 יגיעו לכל היותר 2 מיילים.
 (3) בין 8:00 ל- 9:00 יגיע לפחות מייל אחד.
 ב. מהי התוחלת של X ?
 ג. מהי השונות של X ?





2. מספר המיילים המגיעים לתיבת דוא"ל של משרד מסוים מתפלג פואסונית עם תוחלת של 6 מיילים בשעה.

נגדיר ארבעה משתנים מקריים:

X = מספר המיילים שמגיעים בשעה

Y = מספר המיילים שמגיעים בחצי שעה

Z = מספר המיילים שמגיעים בדקה

U = מספר המיילים שמגיעים בשמונה שעות

א. מהי ההתפלגות של כל אחד מהמשתנים המקריים? ציינו מהו הערך של λ .

ב. איזו הסתברות גדולה יותר: $P(X \geq 1)$ או $P(Y \geq 1)$?

התפלגות אחידה

בקופסה יש 5 כדורים: 4 כחולים, 1 אדום.

מוציאים מהקופסה כדורים בזה אחר זה, באופן מקרי וללא החזרה, עד שמוציאים את הכדור האדום.

נגדיר: X = מספר הכדורים שהוצאו עד וכולל הוצאת הכדור האדום.

א. מהי ההסתברות שהכדור האדום יצא ראשון?

ב. מהי ההסתברות שהכדור האדום יצא שני?

ג. מהי ההתפלגות של X ?





התפלגויות בדידות מיוחדות תשובות

ניסוי ברנולי

1. א.

k	0	1
$P(X=k)$	$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{6}$

 ב. $E(X) = \frac{1}{6}$ ג. $Var(X) = \frac{5}{6}$

2. א.

k	0	1
$P(X=k)$	0.4	0.6

 ב. כן. ג. לא.

התפלגות בינומית

1. א. כן. ב. לא. ג. כן. ד. לא. ה. לא. ו. לא. ז. כן.

2. א. 0.03456 ב. 0.03456 ג. 0.3456

3. א. 0,1,2,3,4,5,6,7

ב. 7 ניסויי ברנולי ב"ת; הצלחה = H; ההסתברות להצלחה = $\frac{1}{6}$; X סופר מספר הצלחות מתוך 7 ההטלות.

ערכי הפרמטרים: $n = 7$ $p = \frac{1}{6}$

ג. 0.0019

ד. 0.7207

ה. 0.6698

4. א. $E(X) = 5$

ב. $Var(X) = 3.75$

ג. 1) Y סופר מספר הצלחות מתוך 20 ניסויי ברנולי ב"ת וההסתברות להצלחה היא 0.75 .

2) לא.

3) $E(Y) = 15$

4) כן.

התפלגות גיאומטרית

1. א. 1,2,3,...

ב. מבצעים ניסויי ברנולי ב"ת (הצלחה = תוצאה 4, ההסתברות להצלחה היא $\frac{1}{6}$),

X סופר את מספר הניסויים עד וכולל ההצלחה הראשונה. ערכו של הפרמטר: $p = \frac{1}{6}$.

ג. 0.1157 ד. 0.4019 ה. 0.1157 ו. 6 ז. 30





א. $0, 1, 2, \dots$

ב. $P(Y = k) = \left(\frac{5}{6}\right)^k \frac{1}{6} \quad k = 0, 1, 2, \dots$

ג. $Y = X - 1$

ד. $E(Y) = 5 \quad Var(Y) = 30$

התפלגות בינומית שלילית

א. $5, 6, 7, \dots$

ב. מבצעים ניסויי ברנולי ב"ת (הצלחה=תוצאה 4, ההסתברות להצלחה היא $\frac{1}{6}$),

X סופר את מספר הניסויים עד וכולל ההצלחה החמישית. ערכי הפרמטרים: $p = \frac{1}{6}$; $r = 5$.

ג. 0.0026

ד. $E(X) = 30$

ה. $Var(X) = 150$

התפלגות היפרגאומטרית

א. $0, 1, 2, 3, 4$

ב. בוחרים באופן מקרי וללא החזרה 4 פרטים מתוך 20 פריטים: 15 מיוחדים, 5 לא מיוחדים (מיוחד = ספר בעברית),

X סופר את מספר המיוחדים מתוך ה-4 שנבחרו. ערכי הפרמטרים: $n = 4$; $D = 15$; $N = 20$.

ג. 0.2817 ד. 0.4696 ה. 0.999 ו. $E(X) = 3$ ז. $Var(X) = \frac{12}{19}$

התפלגות פואסון

1. א. 0.16062 ב. 0.06197 ג. 0.99752 ד. $E(X) = 6$ ה. $Var(X) = 6$

2. א. $X \sim Pois(6)$ $Y \sim Pois(3)$ $Z \sim Pois(0.1)$ $U \sim Pois(48)$

ב. $P(X \geq 1) > P(Y \geq 1)$

התפלגות אחידה

א. 0.2 ב. 0.2 ג. $X \sim U(1, 5)$

